

## ÖZET

### **PETROL KUYULARINDAKİ EKİPMANLARDA OLUŞAN VE OLUŞMASI OLASI MEKANİK VE ELEKTRİK ARIZALARININ UZAKTAN TESPİTİ İÇİN YAPAY ZEKA TABANLI OTOMASYON SİSTEMİ**

Bu buluş; petrol kuyularındaki ekipmanlarda oluşan olası mekanik ve elektrik arızalarının uzaktan tespiti için yapay zeka tabanlı otomasyon sistemi ile ilgilidir. Arızaların görsel olarak kontrol edilerek tespit edilmesi ve arıza ekiplerince arıza türlerinin ayrıştırılmasına alternatif sensör sinyallerinin işlenerek yapay zeka ile arıza ve önsel arıza tespiti yapan bir sistem ile ilgilidir. Bu sistemde petrol kuyularındaki üretim pompalarından sıcaklık, titreşim, ivme ölçer, açı ölçer, akış, basınç ve yük sensörleri ile enerji analizöründen alınan veriler RTU veya PLC'de toplanarak çeşitli kablosuz erişim yöntemleri ile sunucuya gönderilmektedir. Sunucuda kural ve yapay zeka tabanlı analiz yöntemleri ile arıza ve önsel arızaların türleri ile beraber tespit edilerek sistemin uzaktan takibi ve arıza yönetimini içermekte olan modüler bir sistemdir.

20

25

30

## İSTEMLER

1. Petrol kuyularındaki üretim pompalarında oluşan arıza türleri ile beraber  
5 arızaları ve arızalar oluşmadan arızaların türleri ile beraber önsel olarak tespit edilebildiği bir sistem olup özelliği,
  - Petrol kuyularındaki üretim pompasına veya kuyubaşında pompaya bağlı petrol borusunun üzerine yerleştirilmiş edilmiş sıcaklık sensörü (1), enerji analizörü (2), titreşim sensörü (3), ivme ölçer sensörü (4), açı ölçer sensörü  
10 (5), akış ölçer sensörü (6), basınç sensörü (7) ve yük sensöründen (8) alınan sinyallerin RTU veya PLC'de (9) toplanması,
    - Bu verilerin sunucuda (11) yapay zeka ve kural tabanlı olarak analiz edilerek türü ile beraber arıza ve önsel arızaların tespit edilmesi,
    - Tespit edilen arızalar için kullanıcıların (12) uyarılması,  
15 adımlarını içermesidir.
2. İstem 1'deki gibi petrol kuyularındaki üretim pompalarında türü ile beraber arıza ve önsel arıza tespit edebilen bir sistem olup özelliği, okunan sensör verilerinin kural ve yapay zeka tabanlı analiz edilip tespit edilmesidir.  
20
3. İstem 1'deki gibi bir sistem olup özelliği petrol kuyularındaki üretim pompalarından toplanmış olan sensör verilerinin veri tabanına kaydedilmesi ve sonradan sensör verilerinin incelenmesine olanak vermesidir.
- 25 4. İstem 1'deki gibi yapay zeka ile türü ile beraber anlık ve önsel arıza tespiti içeren bir sistem olup özelliği, her bir petrol üretim pompasını takip eden sistemin diğerlerinden bağımsız olarak (diğer bir deyişle pompa bazlı) periyodik eğitilmesi ve sürekli olarak kullanılabilmesidir.

**TARİFNAME**  
**PETROL KUYULARINDAKİ EKİPMANLARDA OLUŞAN VE OLUŞMASI OLASI**  
**MEKANİK VE ELEKTRİK ARIZALARININ UZAKTAN TESPİTİ İÇİN YAPAY**  
**ZEKA TABANLI OTOMASYON SİSTEMİ**

5

**TEKNİK ALAN**

Bu buluş; petrol kuyularındaki ekipmanlarda oluşan olası mekanik ve elektrik arızalarının uzaktan tespiti için yapay zeka tabanlı otomasyon sistemi ile ilgilidir.

10 Arızaların görsel olarak kontrol edilerek tespit edilmesi ve arıza ekiplerince arıza türlerinin ayrıştırılmasına alternatif sensör sinyallerinin işlenerek yapay zeka ile arıza ve önsel arıza tespiti yapan bir sistem ile ilgilidir.

**TEKNİĞİN BİLİNEN DURUMU**

15

Petrol ülkemizde de çıkarılan önemli bir enerji kaynağıdır. Pompalar 1900'lü yılların başından bu yana petrol sektöründe yaygın olarak kullanılmaktadır. Petrol hammaddesi pompalarla yer altından çekilmekte ve pompalarda elektrik kesintisi, motor arızalanması ile kuyuya ait diğer ekipmanlarda arızalar oluşabilmektedir.

20 Genelde bu arızalar manuel olarak tespit edilmektedir.

Mevcut durumda petrol sektöründe kuyu sayısının fazlalığı ve kuyuların büyük bir alana yayılmış olması büyük bir arıza tespit maliyeti ve üretim kayıplarından kaynaklanan maliyetlere sebep olmaktadır. Manuel olarak arıza tespiti kaynaklı iş gücü ve yakıt ve benzeri kayıpların yanı sıra arızaların geç tespiti ve giderilmesinden kaynaklanan üretim kayıplarının neden olduğu maddi kayıplar düşünüldüğü zaman arıza ve arıza nedenini tespit eden bir sistemin geliştirilmesi günümüz imkanları ve teknolojileri doğrultusunda bir zorunluluk haline gelmiştir ve bununla ilgili olarak yapılan literatür/patent/piyasa araştırmalarında saha ile ilgili

25 bir çok firmanın data toplama ve kontrol ürünü olduğu görülmüştür. Konuya ilişkin özet içeriği ile beraber makaleler Tablo 1'de ve özet içeriği ile beraber patentler ise Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 1. Konuya ilişkin akademik makaleler

| Yayın adı   | Tarihi | Yazar(lar)   | Projeye girdi oluşturacak özet bilgi:  |
|---|--------|--|--|
| An energy saving system for a beam pumping unit. Sensors, 16(5), 685.   | 2016   | Hongqiang Lv , Jun Liu , Jiuqiang Han 1and An Jiang                              | Çalışmada pompa sisteminin çalışma koşullarını tespit etmek için yük, açı sensörü, gerilim sensörü ve akım sensörü dört tip sensör kullanılmıştır. Pompalama ünitesinin bu sensörlerden gelen veriler ile ayarlama kullanılmıştır. |
| Time-frequency vibration analysis for the detection of motor damages caused by bearing currents. Mechanical Systems and Signal Processing, 84, 747-762. | 2015   | Aurelien Prudhom , Jose Antonino-Daviu , Hubert Razik , Vicente Climente-Alarcon | Çalışmada yatak akımlarından kaynaklanan motor arızalarının artan bir endüstriyel sorun yaratan bir durum olduğu, titreşim ile izlemenin tespit için en yaygın yollardan biri olduğu belirtilmiştir.                               |
| Sucker-rod pumping failures diagnostic system. In SPE annual technical conference and exhibition. Society of Petroleum Engineers.                       | 2010   | G. V. L. Moisés; S. F. A. Andrade; A. C. Bicharra; Y. S. Ferreira                | Atbaşı pompalarında yaygın olarak görülen arızaları ya da verimliliği düşüren faktörleri analiz eden önemli bir çalışmadır.  |
| Listening Sucker Rod Pumps: Stroke's Signature. In SPE Artificial Lift Conference-Americas. Society of Petroleum Engineers.                             | 2013   | E. Chevelcha; C.J. Langbauer; H. Hofstaetter                                     | Bu çalışmada atbaşı pompa sistemindeki ses dalgalarının kayıt edilerek ilgili arızaların tespit edilmesine yönelik bilimsel çalışmalar gösterilmektedir.   |
| Gas Interference in Sucker Rod Pump. AIP Conference Proceedings 1298, 274-281.  | 2010   | A. Samad   | Bu çalışmada atbaşında yaygın olarak kullanılan dinamometre kartların analizi ve ölçüm metotlarına yer verilmiştir. Özellikle yük ölçümlerinde faydalanılabilecek bir kaynaktır.   |
| A novel prediction method for down-hole working conditions of the beam pumping unit based on 8-directions chain codes and online                        | 2018   | Li, K., Han, Y., & Wang, T.  | Bu çalışmada kuyu içerisinde kullanılan pompaların dinamometreden alınan sinyallerle aşırı öğrenme makineleri ile %92,85   |

|   |      |  |   |
|---|------|--|---|
| sequential extreme learning machine. Journal of Petroleum Science and Engineering, 160, 285-301.  |      |  | oranında doğrulukla tespit edilebileceğini göstermişlerdir. Aynı zamanda online arıza tespitinin yapılabileceği görülmüştür.  |
| Diagnosing multiple faults in oil rig motor pumps using support vector machine classifier ensembles. Integrated Computer-Aided Engineering, 18(1), 61-74. | 2011 | Wandekokem , E., Mendel, E., Fabris, F., Valentim, M., Batista, R. J., Varejão, F. M., & Rauber, T. W. | Titreşim sinyalleri kullanılarak destek vektör makineleri ile motor arızaları %87,6-%94,2'ye kadar doğrulukta sınıflandırılmıştır. Yaptıkları çalışmada doğruluk oranını artırmak için akım, gerilim ve tork sinyallerinin de kullanılmasını önermişlerdir.             |
| A Deep Learning Approach for Condition-Based Monitoring and Fault Diagnosis of Rod Pump System. Services Transactions on Internet of Things, 01(01):32-42 | 2017 | Zhao, H., Wang, J., Gao, P.  | Yaptıkları çalışmada dinamometre kullanarak 6 farklı çalışma durumu için 2010-2015 yılları içerisinde alınmış 10000'den fazla veri kullanılmıştır. Çeşitli yapay zeka metotları kullanılarak veriler analiz edilmiş ve %93,5 oranında doğruluk ile sınıflandırılmıştır. |

Tablo 2. Konuya ilişkin alınmış olunan patentler

| Patent numarası | Kayıtlı olduğu patent ofisi | Yılı | Patent / başvuru sahipleri                                | Özet bilgi  |
|-----------------|-----------------------------|------|---|---|
| US20100228398A1 | USPTO                       | 2010 | James Powers, Eckville (CA); Cal Riemer, Sylvan Lake (CA) | Uzak bir alanda bulunan bir pompanın/atbaşının çalışma parametrelerini uzaktan izlemek ve isteğe bağlı olarak kontrol etmek için cep telefonu kullanarak geliştirilmiş bir sistem ve yöntem. Bir pumpjack/atbaşının üzerinde birtakım sensörler bulunmakta ve bu sensörler atbaşının çalışma koşullarını analog çıkış olarak sunmaktadır. Sensörlerin analog çıkışları sayısallaştırılarak, dijital |

|                 |       |      |                               |   |
|-----------------|-------|------|-------------------------------|---|
|                 |       |      |                               | verileri kablosuz bir hücresel ağ üzerinden bir ağ sunucusuna iletir. Kullanıcılar bilgisayar yoluyla ağ sunucusuna internet üzerinden bağlantı kurar ve pompanın çalışma koşullarına ilişkin bilgi edinmek için dijital verilere erişir.   |
| US4102394A      | USPTO | 1978 | Elton M. Botts, Mattoon, Ill. | Petrol kuyusu pompa jakına güç veren değişken hızlı bir AC motorun kullanılması da dahil olmak üzere, üretim yapan bir petrol kuyusu sahasının verimliliğini en üst seviyeye çıkarmak için bir petrol kuyusu için kontrol ünitesidir. Yüksek ve düşük güç kesintisi, sıcaklık kontrolü, titreşim sensörü, debimetre, kimyasal analiz ve enjektör cihazı ve benzerleri diğer kontroller dahil edilebilir. Böylece personelin her bir petrol kuyusundaki pompalama ünitesini periyodik olarak denetlemesi gerekliliği azaltılmıştır. Yetkisiz kişilerin petrol sahasına girme ihtimalini azaltmak için güvenlik cihazları sağlanmıştır. |
| US20150345280A1 | USPTO | 2015 | Alan Frederick Krauss,        | Kuyudan sıvı pompalamak için yapılandırılmış bir pompayı kontrol etmek için yöntem ve aparat açıklanmaktadır. Güç sensörü, konum sensörü, PLC ve vericiyi içeren kompakt bir sensör paketi, pompanın tek bir yerine   |

|                 |       |      |                                 |   |
|-----------------|-------|------|---------------------------------|---|
|                 |       |      |                                 | yerleştirilebilir ve pompa kontrol cihazı ile iletişim kurabilir.   |
| US20120020808A1 | USPTO | 2012 | Rick A. Lawson,<br>Paul N. Katz | Bir pompa krikosu emme çubuğunun kuvvetleri ve konum bilgileri, gerçek zamanlı olarak emme çubuğuna ve bir konum sensörüne bağlı yük hücreleri tarafından belirlenir ve daha sonraki işlemler için saklanır. Bir kablosuz verici, depolanan yük ve konum değerlerini, hesaplanan süreç parametrelerini ve/veya istisna durumlarını, atbaşı motorunun dönme hızını ayarlamak için kullanılan bir motor hız kontrol cihazına bağlanabilen bir kablosuz yayılma spektrum alıcısına ve / veya toplam saha üretimini optimize etmek için kullanılan merkezi bir kontrol cihazı gibi izleme sistemine iletmektedir. |

Ancak gerek ulusal gerekse uluslararası düzeyde anlık olarak atbaşı ve PCP pompaların takibi ve uzaktan izlenmesine dönük ürünler olsa bile ESP pompa sistemlerinde kullanılabilir; debi, yük, akım, titreşim vb. parametrelerinin aynı anda ölçülmesine olanak veren bir ürüne literatürde rastlanmamıştır. Ayrıca arızanın oluşmasından sonra arızanın giderilmesi büyük maliyetleri beraberinde getirdiğinden, arıza olasılığının önceden öngörülmesi ve arızanın oluşmadan uyarı oluşturabilir bir sisteme ihtiyaç duyulmaktadır. Bu buluşun literatüre göre özgün yönleri ise aşağıda belirtilmiştir.

- 5
- 10
- ❖ Anlık olarak atbaşı ve ESP pompa sistemlerinde debi, yük, akım, titreşim vb. parametrelerinin aynı anda ölçen bir sisteme rastlanmamıştır.
  - ❖ PCP pompalarda herhangi bir veri ölçüm ve kontrol sistemine rastlanmamıştır.

- ❖ Önsel arıza tespitine ilişkin herhangi bir sisteme/çalışmaya rastlanmamıştır.

## **BULUŞUN TANIMI**

5 Söz konusu başvuru, atbaşı, PCP ve ESP pompalarında elektriksel ve mekanik arızaların ve arızalar oluşmadan önsel arızaların tespitine ilişkin elektronik ve mekanik sistemleri içeren karar mekanizmasında yapay zekadan destek alan bir tespit ve takip sistemidir. Bu başvuru tekniğin bilinen durumunda anlatılmış olan dezavantajlarını sensör ve yapay zeka kullanarak gidermektedir.

10 Sensörler fiziksel ve kimyasal değişkenleri elektriksel olarak referans değerlerine göre dönüştürmek için kullanılmaktadır ve otomasyon sistemlerinin hayatımıza girmesi ile birçok alanda kullanılmaktadır. Buradan hareketle arızaların daha oluşmadan ve oluştukları anda herhangi bir fiziksel işgücüne dayalı gözlem gerektirmeden duruma ilişkin arıza türü ile beraber ilgilileri uyaracak bir sistem ortaya konulmuştur. Bu buluş ile beraber daha arızanın oluşmadan ilgililerin olası

15 arıza ile ilgili uyarılması ve pompaya ilişkin bilgilerin sürekli kayıt altına alınması petrol üretim verimini artıracak birçok olasılığa kapı açacaktır.

Bu başvuru kapsamında öncelikle atbaşı, PCP ve ESP pompanın hareketli aksamalarının durumu, elektriksel tüketimi ve diğer çevresel etmenlerinin sensörler vasıtasıyla kayıt altına alınması ve bu kayıtlar kullanılarak arıza ve önsel arızaların

20 normal çalışma koşullarından ayırt edilmesi gerekmektedir. Arıza tespitinin fiziksel işgücüne dayalı arıza tespitine oranla ciddi bir petrol üretim verimine olanak sağlamaktadır. Ancak arızanın daha oluşmadan önsel olarak tespit edilmesi, teçhizat kayıplarından kaynaklı kayıplar ve petrol üretim kayıplarının daha oluşmadan önlenmesine olanak sağladığından hem petrol pompasının kullanım

25 ömrünün artması hem de petrol üretiminde ciddi bir verim kazancı beklenmektedir. Ayrıca pompaya ilişkin toplanan ve kayıt altına alınan sensör verileri petrol piyasası için önemli bilgiler içereceğinden farklı çalışmalara kapı aralama olasılığı bulunmaktadır. Bu kapsamda:

- ❖ Arıza ve arıza türünün tespiti,
- 30 ❖ Arıza anında ilgili kişi ve kurumların uyarılması,
- ❖ Arızanın ve arıza türünün önsel tahmini,
- ❖ Pompalara ilişkin verilerinin çeşitli platformlarda kaydedilmesine olanak sağlanması,



olanak verecektir.

## ŞEKİLLERİN AÇIKLAMASI

Şekil 1: Buluşta kullanılan veri akış diyagramı

5

## ŞEKİLLERDEKİ REFERANSLARIN AÇIKLAMASI

- (1) : Sıcaklık sensörü
- (2) : Enerji analizörü
- (3) : Titreşim sensörü
- 10 (4) : İvme ölçer sensörü
- (5) : Açık ölçer sensörü
- (6) : Akış ölçer sensörü
- (7) : Basınç sensörü
- (8) : Yük sensörü
- 15 (9) : RTU veya PLC
- (10) : GSM veya RF modem
- (11) : Sunucu
- (12) : Kullanıcılar

## 20 BULUŞUN AÇIKLAMASI

Bu buluş çeşitli sensörlerden aldığı verileri yapay zeka ile işleyerek petrol kuyularındaki üretim pompalarında arıza tespiti ve önsel arıza tespiti yapan bir sistem ile ilgilidir. Bu sistem birçok bileşeni paylaşan donanımsal ve yazılımsal olarak bütünleşik bir çözüm içermektedir. Atbaşı, PCP veya ESP tipi petrol 25 pompalarında veya pompaya bağlı petrol borusunun üzerine çeşitli sensörler vasıtası ile veri alınmaktadır. Bu sensörler aşağıda listelenmiştir.

1. Elektrik motorunun ısısını ölçmek için sıcaklık sensörü (1),
2. Pompanın elektrik şebekesinden çektiği akım, gerilim, frekans ve pompanın anlık aktif ve reaktif gücünü ölçmek için enerji analizörü (2),
- 30 3. Pompada oluşan beklenmedik hareketlerin değerlendirilmesi için titreşim sensörü (3),
4. Hareketli aksamaların davranışlarının takibi için ivme ölçer sensörü (4) ve açı ölçer sensörü (5),

5. Pompaj ile yüzeye çıkarılan akışkan (petrol ve su karışımı) miktarının takibi için akış ölçer sensörü (6),

6. Pompaj sırasında kuyubaşındaki üretim hattındaki basıncın tespiti için basınç sensörü (7),

5 7. Pompanın yükünün tespiti için yük sensörü (8),

Bu sensörlerden gelen elektriksel veriler RTU veya PLC (9) kullanılarak toplanmaktadır. Toplanan veriler GSM veya RF modem (10) kullanılarak merkezi sunucuya (11) aktarılır. Sunucu (11) üzerinde veriler yapay zeka desteği ile anlamlandırılarak aşağıda belirtilen şekilde kullanıcıların (12) kullanımına sunulmaktadır.

1. Sensör verileri sürekli olarak kayıt altına alınarak geçmiş olay analizlerine olanak sağlanması,
2. Kural tabanlı ve yapay zeka tabanlı anlık arıza tespiti,
3. Kural tabanlı ve yapay zeka tabanlı anlık arıza türü tespiti,
- 15 4. Yapay zeka tabanlı önsel arıza tespiti,
5. Yapay zeka tabanlı önsel arıza türü tespiti,
6. Anlık ve önsel arızaların alarma dönüştürülerek ilgililerin çeşitli mesaj yöntemleri ile uyarılması,
7. Arıza takip ve yönetim sistemi içermesi,
- 20 8. Sunucuda anlamlandırılmış bilgiye bu amaç için hazırlanmış program, web ve mobil yazılımlarla erişim imkanı sağlanması,

Bu sistemde kullanılacak yapay zeka yaklaşımı klasik kullanımdan farklı olup, bu sisteme özgü olarak geliştirilecektir. Her bir petrol sahasının ve petrol kuyusunun farklı karakteristikte olması sebebiyle her bir kuyu için aşağıda görevleri ayrı bir yapay sinir ağı periyodik olarak eğitilecek ve eğitilmiş olan yapay sinir ağı kullanılacaktır.

1. Arıza tespiti için bir adet yapay sinir ağı,
2. Arıza türü tespiti için bir adet yapay sinir ağı,
3. Önsel arıza tespiti için bir adet yapay sinir ağı,
- 30 4. Önsel arıza türünün tespiti için bir adet yapay sinir ağı,

Bu süreçte verilerin yapay zeka ve kural tabanlı olarak analizinde aşağıda özet olarak verilmiş yaklaşım kullanılacaktır. Yapay zeka olarak işlemsel yük ihtiyacı

daha az olan bir yapay sinir ağı metodu olan aşırı öğrenme makineleri (ELM) kullanılmıştır.

**Özellik Çıkarma:** Sensörlerden alınan verilerden aşağıda listelenmiş olan özellikler kullanılacaktır.

- 5 1. Sensörlerden alınan anlık veri,
2. Sensörlerdeki anlık veri ve öncesindeki 6 saatlik veriden aşağıdaki istatistiksel özellikler çıkarılacaktır.
  - Minimum değer,
  - Aritmetik ortalama,
  - 10 ➤ Maksimum değer,
  - Standart sapma,
  - Enerji,
  - Çarpıklık,
  - Basıklık,

15 **Aşırı Öğrenme Makineleri (ELM):** tek gizli katmanlı ileri beslemeli YSA'lar için geliştirilmiş bir öğrenme yaklaşımıdır. ELM sisteminde gradyan bazlı öğrenme algoritmalarından (örneğin geri yayımlı öğrenme algoritması) farklı olarak giriş katmanındaki ağırlıklar ve bias rastgele atanır ve çıkış katmanındaki ağırlıklar analitik olarak hesaplanmaktadır. Geleneksel ileri beslemeli bir YSA da ağırlıkların eğitilmesi iteratif olarak gerekirken, bu süreç ELM'de analitik bir denkleme dönüştürülmüş ve bu sebeple çok hızlı bir öğrenme yeteneği kazanılmıştır. Ayrıca, ELMde çıkış ağırlıkları genelleştirilmiş ters Moore-Penrose matrisi ile hesaplandığından, yerel minimuma takılma veya optimum öğrenme parametresi (örneğin momentum, öğrenme katsayısı) belirlenmesi gibi performansı doğrudan etkileyen sorunları yoktur ve genelleştirme kabiliyeti daha yüksektir.

25 Öte yandan ELM ağ mimarisi (gizli katmandaki nöron sayısı) ve veri dağılımına uygun transfer fonksiyonu, gradyan bazlı öğrenme algoritmalarında olduğu gibi belirlenmesi birçok deneme veya tecrübe gerektirmektedir. ELM gradyan bazlı öğrenme algoritmalarından farklı olarak türevlenemeyen veya kesikli aktivasyon fonksiyonları da kullanabilmektedir. Ancak, YSA'nın aşırı öğrenmemesi (yani genelleştirme kabiliyetinin düşmemesi) için ELM ile öğrenen bir ileri beslemeli YSA ağında kullanılacak nöron sayısı eğitim kümesindeki örnek sayısına eşit veya daha az olmalıdır.

$x_{1...n}$  giriş özellik vektörlerini (veri kümesinde her örnek  $n$  tane özelliği içermektedir),  $y_{1...p}$  çıkış vektörlerini ( $p$  tane çıkış) ve  $\beta_{1...m}$  çıkış katmanı ağırlıklarını ( $m$  tane gizli katman nöronu) gösterdiği bir ileri beslemeli YSA'nın çıkış denklemi:

$$Y_p = \sum_{j=1}^m \beta_{j,k} g\left(\sum_{i=1}^n w_{i,j} x_i + b_j\right) \quad (1)$$

şekindedir. Burada  $W_{1...n,1...m}$  giriş katmanda ile gizli katman arasındaki bağlantı ağırlıklarını,  $b_{1...m}$  gizli katmandaki nöronların eşik değerlerini ve  $g(\cdot)$  ise aktivasyon fonksiyonunu göstermektedir. Denklem 21'de giriş katmanı ağırlıkları ( $W_{i,j}$ ) ve bias ( $b_j$ ) değerlerinin rastgele atanmakta, transfer fonksiyonu ( $g(\cdot)$ ), giriş katman nöron sayısının veri kümesinde bulunan özellik sayısı ( $n$ ) ve gizli katmandaki nöron sayısı ( $m$ ) ise başlangıçta atanmaktadır. Bu bilgiler ışığında yukarıdaki denklemde bilinenler bir araya getirilip yeniden isimlendirilirse çıkış katmanı girişi:

$$H(w_{i,j}, b_j, x_i) = \begin{bmatrix} g(w_{1,1}x_1 + b_1) & \cdots & g(w_{1,m}x_m + b_m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(w_{n,1}x_n + b_1) & \cdots & g(w_{n,m}x_m + b_m) \end{bmatrix} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda çıkış denklemi:

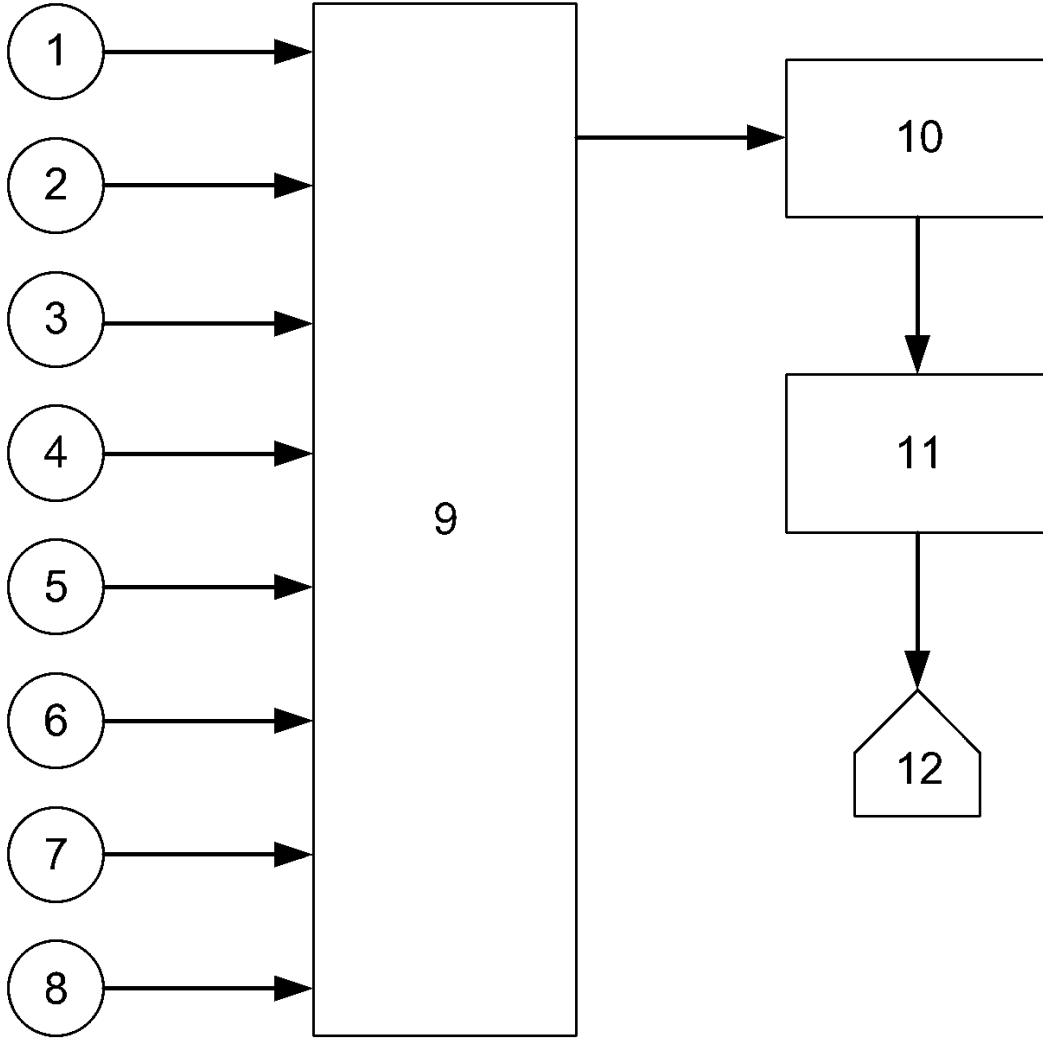
$$y = H\beta \quad (3)$$

olur. Eğitim algoritmalarının amacı hatayı minimize etmektir. ELMde ise hata fonksiyonu  $\sum_{k=1}^s (\hat{Y}_k - Y_k)$  veya aynı şekilde hata maliyet fonksiyonu  $\left\| \sum_{k=1}^s (\hat{Y}_k - Y_k)^2 \right\|$  minimum olmasını sağlamaktır (burada  $s$  eğitim kümesindeki veri sayısıdır).

Bunu sağlamanın yolu ise tüm gerçek çıktı değeri ( $\hat{Y}_k$ ) ile elde edilen çıktı ( $Y_k$ ) değerlerine eşit olmasıdır. Bu şekilde denklemde tek bilinmeyen  $\beta$  ağırlık değerleridir.  $H$  matrisinin kare bir matris olma olasılığının düşüklüğü (eğitim kümesindeki veri sayısının, her verinin içerdiği özellik sayısına eşit olması) basitçe bu matrisin tersinin alınarak ağırlıkların bulunmasına engeldir. Ters alınamayan matrislerin yaklaşık terslerini hesaplamak için geliştirilmiş genelleştirilmiş ters Moore-Penrose matrisi kullanmıştır. Dolayısıyla çıkış ağırlıkları ( $\beta$ ):

$$\hat{\beta} = H^+ y \quad (4)$$

şeklinde bulunur. Burada  $H^+$ ,  $H$  matrisinin genelleştirilmiş ters Moore-Penrose matrisi,  $\hat{\beta}$  ise yaklaşık çıkış ağırlıklarıdır.



Şekil 1